

ЦОД ФТШ, 7 класс, 2021-22: По следам бременских музыкантов олимпиады ау

1. Шерлок Холмс и доктор Ватсон, работая вместе, могут вырыть канаву за 6 часов. Если бы Холмс рыл 4 часа, а затем Ватсон – 6 часов, то канавка была бы вырыта на 80%. За сколько часов Холмс, работая в одиночку, вырыл бы эту канаву?

2. На столе стоят три одинаковых ящика: в одном находятся 2 чёрных шарика, в другом – 1 чёрный и 1 белый шарик, в третьем – два белых шарика. На ящиках написано: «2 белых», «2 чёрных», «чёрный и белый». При этом известно, что ни одна из надписей не соответствует действительности. Как, вынув только один шарик, определить правильное расположение всех шариков?

3. Валера, Лёша, Юра и Паша съели 100 яблок, причём каждому досталось хотя бы по одному яблоку. Паша съел больше, чем каждый из остальных. Лёша и Юра съели 65 яблок. Сколько яблок съел Валера?

4. На одном из уроков математики учитель заметил, что $\frac{2}{3}$ всех мальчиков сидят за одной партой с девочками, $\frac{3}{5}$ всех девочек сидят за одной партой с мальчиками, а все остальные сидят поодиночке. Какая доля класса сидит по одному за партой?

5. Первая слева цифра десятизначного числа равна числу единиц записи этого числа, вторая – числу двоек, третья – числу троек, четвёртая – числу четвёрок, ..., девятая – числу девяток, десятая – числу нулей. Придумайте такое число.

6. Точка P на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC такова, что $AC = AP$. На отрезке AP лежит точка Q такая, что $\angle PCQ = 45^\circ$. Докажите, что треугольник CQB – равнобедренный.