

## ЦОД ФТШ, 6 класс, 2020-21: Чистовик. Война Бесконечности

1. На асфальте нарисована полоска в виде прямоугольника  $1 \times 10$ . Кенгуру хочет допрыгать с самой левой клетки до самой правой. При этом за один прыжок он может прыгать на любое количество клеток, но только вправо. Сколько у него разных способов допрыгать от начала до конца?

2. Сколькими способами можно расставить на первой горизонтали шахматной доски комплект белых фигур (король, ферзь, два слона, два коня и две ладьи)?

3. За круглый стол необходимо посадить 100 рыцарей и 100 лжецов так, чтобы они чередовались. Сколькими способами это можно сделать?

4. Алиса выкладывает мармеладных королей на шахматную доску, при этом после каждого хода называет число, равное количеству королей, которых он бьёт. Какова сумма всех названных Алисой чисел после заполнения доски?

5. Сколько решений имеет буквенный ребус  $T + Y + P + H + I + P = 19$  (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным – разные), если гласные буквы – цифры одной чётности, а согласные – другой чётности?

6. По двум телевизионным каналам одновременно начали показывать один и тот же фильм. На первом канале фильм разбили на части по 20 минут каждая и вставили между ними двухминутные рекламные паузы. А на втором канале фильм разбили на части по 10 минут каждая и вставили между ними минутные рекламные паузы. На каком канале фильм закончится раньше?

7. Назовём натуральное число хорошим, если все цифры, входящие в его запись, повторяются в ней хотя бы дважды (например, 1522521 – хорошее, 1522522 – нет). Сколько существует пятизначных хороших чисел без нуля в записи?

8. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом, всего сделав от 60 до 70 рукопожатий. Сколько человек встретились, если только один человек не здоровался ни с кем?

9. В стране растут дуб, тополь и липа. От дуба до ближайшего из двух других деревьев – 2 км, от липы до ближайшего из двух других деревьев – 3 км. Каким может быть расстояние от тополя до ближайшего из двух других деревьев?

10. Петя съел  $\frac{1}{3}$  всех яблок и ещё 2 яблока, Миша съел  $\frac{1}{4}$  всех яблок и ещё 1 яблоко, а Коля – половину тех яблок, которые остались после Пети и Миши. После этого осталась  $\frac{1}{6}$  часть первоначального числа яблок. Сколько яблок было вначале?

11. Имеет ли решение в натуральных числах уравнение  $(x + y)(x - y)^2 = 2020$ ?

12. Докажите, что из 2021 полосок бумаги шириной 1 и длинами 1, 2, ..., 2021 можно составить прямоугольник, длина и ширина которого больше 1.

13. Каких чисел среди первых 9999 натуральных больше: с суммой цифр 15 или с суммой цифр 21?

14. Аборигены поймали Кука и просят за его выкуп 300 монет на общую сумму 2002 рупии. Аборигены не признают никаких других монет, кроме монет 2, 10, 14 и 18 рупий. Можно ли выкупить Кука на таких условиях?

15. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется – определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

16. Может ли  $n!$  оканчиваться ровно пятью нулями?

17. Нарисуйте замкнутую 6-звенную ломаную, каждое звено которой пересекается ровно с одним из остальных звеньев. Может ли у ломаной с таким свойством быть 7 звеньев?

18. КУБ является кубом натурального числа. Докажите, что ШАР кубом не является.

**Примечание:** КУБ и ШАР – трёхзначные числа, составленные по правилам буквенных ребусов.

19. В ларьке у дома перчатки стоят вдвое дороже маски. В магазине у метро маска стоит втрое дороже, чем перчатки. Каждый день с 1 по 30 сентября Саша покупал комплект из маски и перчаток либо в магазине, либо в ларьке. Оказалось, что за это время он потратил поровну денег на маски и на перчатки, а также одинаковое число раз покупал их в магазине и в ларьке. Где комплект из маски и перчаток стоит дороже и во сколько раз?

20. Про два натуральных числа  $x$  и  $y$  даны 5 утверждений:

- А) « $x$  – простое число»;      Б) « $y$  – простое число»;      В) « $x + y$  – простое число»;  
Г) « $x + 2y$  – простое число»;      Д) « $2x + y$  – простое число».

21. Какое наибольшее количество из этих утверждений могут быть истинными одновременно?

22. При каких натуральных  $n$  дробь  $\frac{3n+1}{5n+4}$  сократима?

23. Можно ли расставить числа от 1 до  $n$  по кругу так, чтобы любое из них делилось на разность своих соседей, если  $n$  равно: А) 7;      Б) 9?

24. Хулиган Ваня отобрал у милой девочки Миланы открытку размерами  $m \times n$  сантиметров и начал её резать. Каждый раз он отрезает от открытки квадрат с максимально возможной стороной. Добрый преподаватель Татьяна Анатольевна отобрала у хулигана Вани остаток открытки, который имеет форму квадрата. С какой стороной?

25. ПД построил ЦОДовцев в колонну по 4, но при этом рядовой Пальцев остался лишним. Тогда ПД построил цодовцев в колонну по 5. И снова Пальцев остался лишним. Когда же и в колонне по 6 Пальцев оказался лишним, ПД посулил ему наряд вне очереди, после чего в колонне по 7 Пальцев нашёл себе место и никого лишнего не осталось. Какое наименьшее количество ЦОДовцев могло быть у ПД?

